青岛九中2018年自主招生考试笔试

数学模拟题

一 、选择题（单项选择题）

1. 用$[x]$表示不超过x的最大整数，把$x-[x]$称为x的小数部分. 已知$t=\frac{1}{2-\sqrt{3}}$，a是t的小数部分，b是$-t$的小数部分，则$\frac{1}{2b}-\frac{1}{a}=$ （ ）

$A.\frac{1}{2}$ $B.\frac{\sqrt{3}}{2}$ $C.1$ $D.\sqrt{3}$

2. 三种图书的单价分别为10元、15元和20元，某学校计划恰好用500元购买上述图书30本，那么不同的购书方案有（ ）

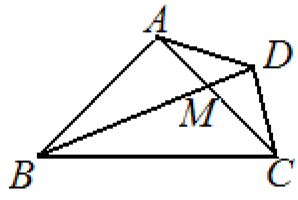
$A.9$种 $B.10$种 $C.11$种 $D.12$种

3. 已知二次函数$y=ax^2+bx+1(a\neq 0)$的图象的顶点在第二象限，且过点$(1,0)$. 当$a-b$为整数时，$ab=$ （ ） $A.0$ $B.\frac{1}{4}$ $C.-\frac{3}{4}$ $D.-2$

4. 已知⊙O的半径OD垂直于弦AB，交AB于点C，连接AO并延长交⊙O于点E，若$AB=8, CD=2$，则ΔBCE的面积为 （ ）

$A.12$ $B.15$ $C.16$ $D.18$

5. 如图，在四边形$ABCD$中，$\angle BAC=\angle BDC=90^0$，$AB=AC=\sqrt{5}$，$CD=1$，对角线的交点为$M$，则$DM=$ （ ）



$A.\frac{\sqrt{3}}{2}$ $B.\frac{\sqrt{5}}{3}$ $C.\frac{\sqrt{2}}{2}$ $D.\frac{1}{2}$

6. 如果关于x的方程 $x^2-px-q=0$（p，q是正整数）的正根小于3， 那么这样的方程的个数是（ ）.（A） 5 （B） 6 （C） 7 （D） 8

7. 如果关于x的方程$x^2+4x+\sqrt{10-a}+2=0$有两个有理根，那么所有满足条件的正整数a的个数是(　　　　).(A)1　　　　　　(B)2　　　　　(C)3　　　　　　(D)4

8．一枚质地均匀的正方体骰子的六个面上的数字分别是1，2，3，4，5，6．掷两次骰子，设其朝上的面上的两个数字之和除以 4 的余数分别是 0，1，2，3 的概率为p_0，p_1，p_2，p_3，则p_0，p_1，p_2，p_3中最大的是（　　）.

（A）p_0　　　　（B）p_1　　　　（C）p_2　　　　（D）p_3

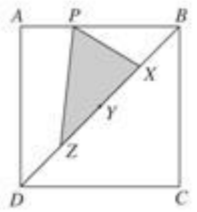
9.如果方程$(x-2)(x^2-4x+m)=0$的三根可以作为一个三角形的三边之长，那么，实数 m 的取值范围是（　　）+

A、$0<m\le 4$　　　B、$m\ge 3$　　　C、$m\ge 4$　　　D、$3<m\le 4$

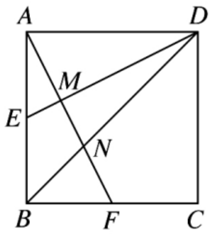
10．黑板上写有1，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，…，$\frac{1}{100}$共 100 个数字．每次操作先从黑板上的数中选取 2 个数a，b，然后删去a，b，并在黑板上写上数$a+b+ab$，则经过 99 次操作后，黑板上剩下的数是（　　）．（A）2012　　　（B）101　　　（C）100　　　（D）99

二、填空题

1.如图，正方形$ABCD$的面积为 90．点 P 在 AB 上，$PB=2AP$；X，Y，Z 三点在 BD 上，且$BX=XY=YZ=ZD$，则△PZX的面积为________________.



填空第 1 题



填空第 3 题

2．甲、乙、丙三辆车都匀速从 A 地驶往 B 地．乙车比丙车晚 5 分钟出发，出发后 40 分钟追上丙车；甲车比乙车晚 20 分钟出发，出发后 100 分钟追上丙车，则甲车出发后______________分钟追上乙车.

3．如图，正方形$ABCD$的边长为$2\sqrt{15}$，E，F分别是AB，BC的中点，AF与DE，DB

分别交于点 M，N，则△DMN的面积是.

4. 如果关于 x 的方程 $x^2+kx+\frac{3}{4}k^2-3k+\frac{9}{2}=0$ 的两个实数根分别为 x_1，x_2，那么 $\frac{x_1^{2011}}{x_2^{2012}}$ 的值为.

5. 一容器内装有 4 升纯酒精,倒出 1 升后用水加满,这是第一次操作，再倒出 1 升再用水加满,这是第二次操作，……要使得杯中酒精浓度低于 25％，至少要进行多少次操作？

三、解答题

1. 已知 $2a^2+a-4=0$， $a-b=2$， 求 $\frac{1}{a+1}+\frac{2}{b}$ 的值。

2. 解下列方程

（1） $x^2-x-a(a+1)=0$ （2） $x^2-|2x-1|-4=0$ （3） $x^2+x-1=\frac{2}{x^2+x}$

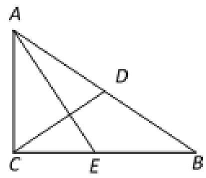
3. 用分期付款的方式购买家电一件，价格为 1150 元，购买当天先付 150 元，以后每月这一天都交付 50 元，并加付欠款利息，月利率为 1%。若交付 150 元后的第一个月开始算分期付款的第一个月,那么分期付款的第十个月应付多少钱？全部贷款还清后，买这件家电实际花了多少钱？

4. 4 点的时候，时针与分针的夹角是多少？此后的 24h 之内，时针分针重合多少次，第一次重合到第二次重合期间，时针所转过的角度是多少？

5. 在 $Rt\Delta ABC$ 中，$\angle ACB=90^{\circ}$，AE 垂直于 AB 边上的中线 CD，交 BC 于点 E.

（1）求证：$AC^2=BC\cdot CE$

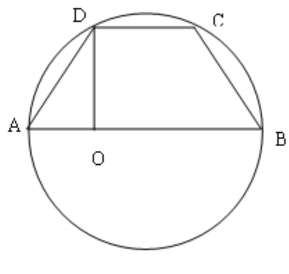
（2）若 $CD=3$，$AE=4$，求边 AC 与 BC 的长。



6. 如图，半径为 2 的圆内接等腰梯形 ABCD，它的下底 AB 是圆的直径，上底 CD 的端点在圆周上,DO 垂直 AB 于 O。

（1）设梯形周长为 L，腰长为 t，求 L 关于 t 为自变量的函数表达式并求周长 L 的最大值。

（2）当周长 L 最大时，以 AB 所在直线为 x 轴，DO 所在直线为 y 轴建立直角坐标系，某二次函数的图像过 A、B 两点，且与一次函数 y=x+1 的图像只有一个公共点，求二次函数的解析式。



开放的青岛九中——初三数学核心素养测试答案

一、选择题

ACBAD　CBDDC

二、填空题

1、<u>15</u>；　2、<u>180</u>；　3、<u>8</u>；　4、$-\dfrac{2}{3}$；　5、<u>5</u>

三、解答题

1、-2；（提示：消元 b,将所求式子转化为关于 a 的代数是表达，继而化简，即可）

2、（1）$x_1=-a, x_2=a+1$；

（2）$x_1=3, x_2=-2-\sqrt{6}$；

（提示：分类讨论$2x-1$的正负）

（3）$x_1=-2, x_2=1$.

（提示：换元$x^2+x=t$）

3、

解：依题意分20次付清，则每次付款的数额顺次构成数列{an}，故a1=50+1 000×0.01=60(万元)，a2=50+(1 000-50)×0.01=59.5(万元)，a3=50+(1 000-50×2)×0.01=59(万元)，...,an=50+［1 000-50(n-1)］×0.01=60-(n-1)×(1≤n≤20,n∈N*).∴{an}是以60为首项，-为公差的等差数列.∴a10=60-9×=55.5(万元)，a20=60-19×=50.5(万元).∴20次分期付款总和为S20==1 105(万元).实际共付1 105+150=1 255(万元).答：第10个月付55.5万元，买40套住房实际花了1 255万元.

4、（1）120^{o}，22 次。

两次重合时间间隔：60/（1-1/12）=720/11 分

24 小时重合次数：24*60/（720/11）=22 次

5、（1）

1）设CD交AE于F

AB边上的中线CD，所以AD=CD=BD

$\angle ACD=\angle DAC$

$\therefore \angle CAE=\angle B$

又有公共角$\angle ACB$

$\therefore \triangle CAE\sim\triangle CBA$

$AC:CE=BC:AC$

$AC^2=BC\cdot CE$

(2)CD=3且为直角三角形中线,因此AB=6

$\therefore \triangle CAE\sim\triangle CBA$相似比为4:6=2:3

设CE=2x,则

$AC=3x,BC=\frac{9}{2}x$

由勾股定理可列方程为

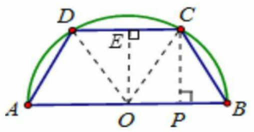
$(3x)^2+(\frac{9}{2}x)^2=6^2$

解得$x=\frac{4\sqrt{13}}{13}$(负值舍去)

即$AC=\frac{12\sqrt{13}}{13},BC=\frac{18\sqrt{13}}{13}$

6、（1）

如图所示，点O为圆心，过点O作$OE\perp CD$于点E，连接OD、OC，过点C作$CP\perp AB$于点P，则$OA=OB=OC=OD=2$，$CE=DE=b$，因为$\angle CEO=\angle EOP=\angle OPC=90^\circ$，所以四边形$ECPO$为矩形，所以$OP=CE=b$，设$BC=x$，周长为$y$，在$Rt\triangle COP$和$Rt\triangle CBP$中，$CP^2=OC^2-OP^2=BC^2-BP^2$，所以$2^2-b^2=x^2-(2-b)^2$，解得$b=2-\frac{x^2}{4}$，所以$y=2b+2\times2+2x=-\frac{x^2}{2}+2x+8=-\frac{1}{2}(x-2)^2+10$，所以当$x=2$时，$y$最大，最大为10。



（3）由题，A（-1，0），B（3，0）

设抛物线方程 $y=a(x+1)(x-3)$

代入直线 $y=x+1$，得 $ax^2-(2a+1)x-3a-1=0$

因为相切，所以$\Delta=0$，解得 $a=-\frac{1}{4}$

所以，抛物线的方程是 $y=-\frac{1}{4}(x+1)(x-3)$